

本文引用格式: 王异蕾,龙祖强,罗泽龙.采用 Coupland-John 降型的区间二型控制器的解析结构推导[J].自动化与信息工程, 2023,44(2):36-40;47.

WANG Yilei, LONG Zuqiang, LUO Zelong. Analytic structure derivation of interval type ii fuzzy controller using Coupland-John reduction[J]. Automation & Information Engineering, 2023,44(2):36-40;47.

采用 Coupland-John 降型的区间二型模糊控制器的解析结构推导

王异蕾¹ 龙祖强² 罗泽龙²

(1.衡阳师范学院南岳学院, 湖南 衡阳 421008

2.衡阳师范学院物理与电子工程学院, 湖南 衡阳 421002)

摘要: 区间二型模糊控制器的解析结构在系统稳定性分析中具有重要的作用。针对区间二型模糊控制器的解析结构推导过程繁琐、计算效率较低等问题, 设计一种采用乘积型算子和 Coupland-John 降型算法的区间二型模糊控制器, 并代入参数推导出其解析结构。新的区间二型模糊控制器的解析结构推导简便, 不需迭代和分区, 减少了计算量, 易于进行性能分析和参数调节。

关键词: 区间二型模糊控制器; 解析结构; Coupland-John 降型算法; 乘积型算子; 输入空间

中图分类号: TP273.4

文献标志码: A

文章编号: 1674-2605(2023)02-0007-06

DOI: 10.3969/j.issn.1674-2605.2023.02.007

Analytic Structure Derivation of Interval Type II Fuzzy Controller Using Coupland-John Reduction

WANG Yilei¹ LONG Zuqiang² LUO Zelong²

(1. Nanyue College of Hengyang Normal University, Hengyang 421008, China

2. College of Physics and Electronic Engineering, Hengyang Normal University, Hengyang 421002, China)

Abstract: The analytical structure of interval type II fuzzy controllers plays an important role in system stability analysis. To address the issues of tedious and inefficient derivation of the analytical structure of interval type 2 fuzzy controllers, a product type operator and Coupland-John reduction algorithm are designed for interval type 2 fuzzy controllers, and their analytical structure is derived by substituting parameters. The analytical structure derivation of the new interval type II fuzzy controller is simple, does not require iteration and partitioning, reduces computational complexity, and is easy to perform performance analysis and parameter adjustment.

Keywords: interval type ii fuzzy controller; analytic structure; Coupland-John reduction algorithm; product type operator; input space

0 引言

自 1965 年 ZADEH 提出模糊集合的概念开始, 模糊控制就受到了工程师们的青睐并被广泛应用。随着研究不断地深入, ZADEH 于 1975 年又提出了区间二型模糊集合的概念^[1]。在很多应用中, 区间二型模糊控制器比一型模糊控制器的性能更好,

WU 总结了部分原因^[2]。大部分模糊控制器是一种黑箱控制器, 在无法得知其数学表达式的情况下, 其参数调整只能通过不断试错来完成, 无法保证系统的稳定性。获取模糊控制器的解析结构是解决上述问题的重要前提条件。DU 等^[3]通过划分输入空间的方法, 得到三角形隶属函数的输入、Zadeh 与算

子、Karnik-Mendel (KM) 降型算法与平均解模糊化法的区间二型模糊控制器的解析结构。NIE 等^[4]在文献[3]的基础上, 将平均解模糊化方法换为更常见的质心解模糊化方法, 并推导出该区间二型模糊控制器的解析结构。龙祖强等^[5]在文献[4]的基础上, 用乘积型算子替代 Zadeh 与算子, 得到新控制器的解析结构。ZHOU 等^[6-7]研究了当输入隶属函数不确定域的大小改变时, 采用三角形输入函数、Zadeh 与算子和不同降型算法的 Mamdani 和 Takagi-Sugeno (T-S) 型区间二型模糊控制器的解析结构变化。ZHOU 和 YING 等^[8-9]在文献[3]的基础上, 把三角形输入函数换为线性或分段线性函数, 得到了 Mamdani 和 T-S 型区间二型模糊控制器的解析结构。雷宾宾等^[10]在文献[3]的基础上, 将三角形输入函数换为一种非线性输入函数, 得到了该区间二型模糊控制器的解析结构。为获得较优的解析结构, 上述研究均采用了划分输入空间的办法, 每个 IC 的解析结构都要单独计算。实际上, 一方面, 当输入隶属函数的形状、大小等参数发生变化时, Zadeh 与算子会导致规则前件, 需要重新划分输入空间; 另一方面, 利用 KM 降型算法及类似算法进行降型操作时, 判断切换点会导致规则后件, 也需要重新划分输入空间。

为此, 本文设计一种采用乘积型算子和 Coupland-John (CJ) 降型算法^[11]的区间二型模糊控制器。与现有的控制器相比, 该控制器不需要划分输入空间, 易于得到其解析结构。此外, CJ 降型算法省去了迭代过程, 减少了计算损失。

1 CJ 降型算法

COUPLAND 和 JOHN 从计算几何学中获得灵感, 提出 CJ 降型算法, 具体算法如下:

对于一个闭合多边形 α , 可以将其重建为多个

$$C(\alpha) = \frac{(x_0 + x_1)/3 \times (\overline{PA} \times \overline{PB})/2 + (x_1 + x_2)/3 \times (\overline{PB} \times \overline{PC})/2 + (x_2 + x_3)/3 \times (\overline{PC} \times \overline{PD})/2}{(\overline{PA} \times \overline{PB})/2 + (\overline{PB} \times \overline{PC})/2 + (\overline{PC} \times \overline{PD})/2}$$

三角形的集合, 每个三角形由 1 个固定点 P 和闭合多边形任意 2 个端点构成, P 可以取任意点, 如图 1 所示。

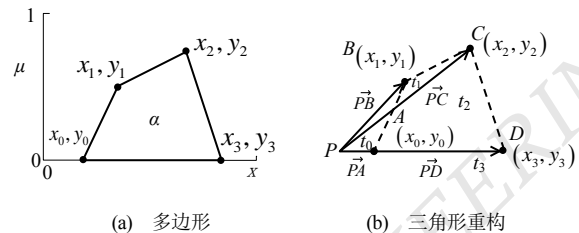


图 1 闭合多边形中心

为简便起见, P 取为 $(0,0)$, 图 1 中 4 个三角形 t_0 、 t_1 、 t_2 、 t_3 分别为

$$t_0 = (P, A, B)$$

$$t_1 = (P, B, C)$$

$$t_2 = (P, C, D)$$

$$t_3 = (P, D, A)$$

因为 t_3 面积为 0, 无法对中心产生影响, 所以忽略不计。其他 3 个三角形 t_0 、 t_1 、 t_2 的面积 (A) 和中心 (C) 分别为

$$A(t_0) = (\overline{PA} \times \overline{PB})/2$$

$$A(t_1) = (\overline{PB} \times \overline{PC})/2$$

$$A(t_2) = (\overline{PC} \times \overline{PD})/2$$

$$C(t_0) = (0 + x_0 + x_1)/3$$

$$C(t_1) = (0 + x_1 + x_2)/3$$

$$C(t_2) = (0 + x_2 + x_3)/3$$

那么, 闭合多边形 α 的中心表达式为^[12]

$$= \frac{\sum_{i=0}^3 (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)}{3 \sum_{i=0}^3 (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)}$$

由此可推导出有 n 个端点的闭合多边形 P 的中心表达式为

$$C(P) = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)}{3 \sum_{i=0}^{n-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)}$$

CJ 降型算法应用于区间二型模糊控制器时, 首先, 将区间二型模糊控制器的输出 $y_i (1 \leq i \leq N)$ 从小到大排序; 然后, 将激活程度上下限 \bar{f}_i 、 \underline{f}_i 与 y_i 对应, 建立 1 个有 $2N$ 个端点的闭合多边形; 最后, 求解该闭合多边形的中心。

CJ 降型算法不但计算速度优于 KM 等降型算法, 而且预测精度更加准确^[12-13]。

如图 2 所示的区间二型模糊集合, 其降型后的输出 y 为^[14]

$$y = \frac{\sum_{n=1}^{2N} (y^n + y^{n+1})(y^n f^{n+1} - y^{n+1} f^n)}{3 \sum_{n=1}^{2N} (y^n f^{n+1} - y^{n+1} f^n)}$$

式中, $y^{2N+1} = y^1$, $f^{2N+1} = f^1$ 。

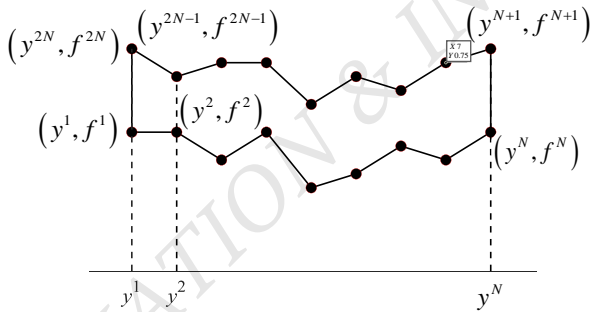


图 2 区间二型模糊集合

2 控制器的解析结构推导

不失一般性的, 假定区间二型模糊控制器的输入 x_1 、 x_2 分别由 L 、 K 个模糊集合组成。 x_1 最多同时激活 2 个不同模糊集合 A_i 、 A_j , 其中 $1 \leq i < j \leq L$; x_2 最多同时激活 2 个不同模糊集合 B_m 、 B_n , 其中 $1 \leq m < n \leq K$ 。区间二型模糊控制器的输出为 u ,

其中 $\bar{\mu}_{A_i}(x_1)$ 、 $\underline{\mu}_{A_i}(x_1)$ 分别表示 A_i 的上下限函数。

实际上, 只要隶属函数的上下限函数是连续的, 区间二型模糊控制器对输入的数量、激活模糊集合的数量和隶属函数的形状并没有要求。

由上述条件可知, 区间二型模糊控制器的输入最多可同时激活 4 条规则。对应的规则如下:

规则 1, 如果 x_1 为 A_i 且 x_2 为 B_m , 则 $u = u_1$;

规则 2, 如果 x_1 为 A_j 且 x_2 为 B_n , 则 $u = u_2$;

规则 3, 如果 x_1 为 A_i 且 x_2 为 B_n , 则 $u = u_3$;

规则 4, 如果 x_1 为 A_j 且 x_2 为 B_m , 则 $u = u_4$ 。

$f_k(x_1, x_2) = [\underline{f}_k(x_1, x_2), \bar{f}_k(x_1, x_2)]$ 表示第 k 条规则激活的程度, 当采用乘积型算子时, 计算公式为^[15]

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2) &= [\underline{f}_1(x_1, x_2), \bar{f}_1(x_1, x_2)] \\ &= [\underline{\mu}_{A_i}(x_1) \underline{\mu}_{B_m}(x_2), \bar{\mu}_{A_i}(x_1) \bar{\mu}_{B_m}(x_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(x_1, x_2) &= [\underline{f}_2(x_1, x_2), \bar{f}_2(x_1, x_2)] \\ &= [\underline{\mu}_{A_j}(x_1) \underline{\mu}_{B_n}(x_2), \bar{\mu}_{A_j}(x_1) \bar{\mu}_{B_n}(x_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3(x_1, x_2) &= [\underline{f}_3(x_1, x_2), \bar{f}_3(x_1, x_2)] \\ &= [\underline{\mu}_{A_i}(x_1) \underline{\mu}_{B_n}(x_2), \bar{\mu}_{A_i}(x_1) \bar{\mu}_{B_n}(x_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_4(x_1, x_2) &= [\underline{f}_4(x_1, x_2), \bar{f}_4(x_1, x_2)] \\ &= [\underline{\mu}_{A_j}(x_1) \underline{\mu}_{B_m}(x_2), \bar{\mu}_{A_j}(x_1) \bar{\mu}_{B_m}(x_2)] \end{aligned}$$

因为 CJ 降型算法需要对输出进行排序, 所以在不失一般性的情况下, 先将 u_k 重新排列为 u_k^* , 使得 $u_1^* < u_2^* < u_3^* < u_4^*$; 再将对应的上下限函数 $f_k(x_1, x_2)$ 变为 $f_k^*(x_1, x_2)$ 。为方便阅读, 下文以 f_k^* 代替 $f_k^*(x_1, x_2)$ 。

根据 CJ 降型算法, 区间二型模糊控制器的输出为

$$u = \frac{\sum_{i=1}^8 N_i}{3 \sum_{i=1}^8 D_i} \quad (1)$$

式中：

$$N_1 = (u_1^* + u_2^*)(u_1^* f_{\underline{2}}^* - u_2^* f_{\underline{1}}^*)$$

$$N_2 = (u_2^* + u_3^*)(u_2^* f_{\underline{3}}^* - u_3^* f_{\underline{2}}^*)$$

$$N_3 = (u_3^* + u_4^*)(u_3^* f_{\underline{4}}^* - u_4^* f_{\underline{3}}^*)$$

$$N_4 = (u_4^* + u_4^*)(u_4^* f_{\underline{4}}^* - u_4^* f_{\underline{4}}^*)$$

$$N_5 = (u_4^* + u_3^*)(u_4^* f_{\underline{3}}^* - u_3^* f_{\underline{4}}^*)$$

$$N_6 = (u_3^* + u_2^*)(u_3^* f_{\underline{2}}^* - u_2^* f_{\underline{3}}^*)$$

$$N_7 = (u_2^* + u_1^*)(u_2^* f_{\underline{1}}^* - u_1^* f_{\underline{2}}^*)$$

$$N_8 = (u_1^* + u_1^*)(u_1^* f_{\underline{1}}^* - u_1^* f_{\underline{1}}^*)$$

$$D_1 = u_1^* f_{\underline{2}}^* - u_2^* f_{\underline{1}}^*$$

$$D_2 = u_2^* f_{\underline{3}}^* - u_3^* f_{\underline{2}}^*$$

$$D_3 = u_3^* f_{\underline{4}}^* - u_4^* f_{\underline{3}}^*$$

$$D_4 = u_4^* f_{\underline{4}}^* - u_4^* f_{\underline{4}}^*$$

$$D_5 = u_4^* f_{\underline{3}}^* - u_3^* f_{\underline{4}}^*$$

$$D_6 = u_3^* f_{\underline{2}}^* - u_2^* f_{\underline{3}}^*$$

$$D_7 = u_2^* f_{\underline{1}}^* - u_1^* f_{\underline{2}}^*$$

$$D_8 = u_1^* f_{\underline{1}}^* - u_1^* f_{\underline{1}}^*$$

本文采用乘积型算子和CJ降型算法，不需要分区。在适配不同形状的输入时，只需将隶属函数表达式代入公式(1)，即可得出解析结构，增强了控制器的通用性。

3 实例验证

假设区间二型模糊控制器的输入 x_1 、 x_2 的隶属函数图像分别如图 3、图 4 所示。 x_1 取值区间为[-5,5]， x_2 取值区间为[-3,3]。区间二型模糊控制器的输出为模糊单值， $u_1 = 5$ 、 $u_2 = 3$ 、 $u_3 = -3$ 、 $u_4 = -5$ 。

$$\bar{\mu}_{A_1}(x_1) = -0.08x_1 + 0.6$$

$$\underline{\mu}_{A_1}(x_1) = -0.08x_1 + 0.4$$

$$\bar{\mu}_{A_2}(x_1) = 0.08x_1 + 0.6$$

$$\underline{\mu}_{A_2}(x_1) = 0.08x_1 + 0.4$$

$$\bar{\mu}_{B_1}(x_2) = -0.1x_2 + 0.7$$

$$\underline{\mu}_{B_1}(x_2) = -0.1x_2 + 0.3$$

$$\bar{\mu}_{B_2}(x_2) = 0.1x_2 + 0.7$$

$$\underline{\mu}_{B_2}(x_2) = 0.1x_2 + 0.3$$

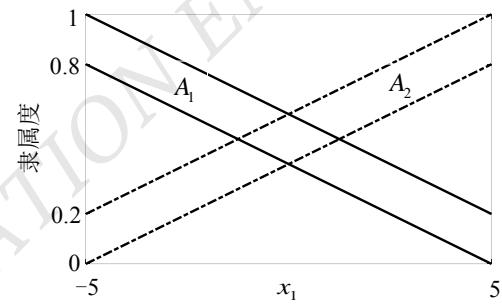


图3 x_1 隶属函数图像

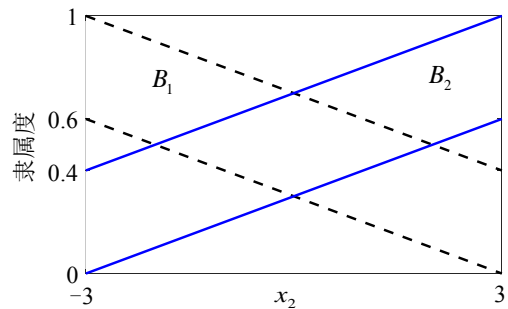


图4 x_2 隶属函数图像

推理规则如下：

- 规则 1，如果 x_1 为 A_1 且 x_2 为 B_1 ，则 $u = u_1$ ；
- 规则 2，如果 x_1 为 A_1 且 x_2 为 B_2 ，则 $u = u_2$ ；
- 规则 3，如果 x_1 为 A_2 且 x_2 为 B_1 ，则 $u = u_3$ ；
- 规则 4，如果 x_1 为 A_2 且 x_2 为 B_2 ，则 $u = u_4$ 。

可得各规则激活上下限为

$$\bar{f}_1 = [0.008x_1x_2 - 0.056x_1 - 0.06x_2 + 0.42]$$

$$\underline{f}_1 = [0.008x_1x_2 - 0.024x_1 - 0.04x_2 + 0.12]$$

$$\bar{f}_2 = [-0.008x_1x_2 - 0.056x_1 + 0.06x_2 + 0.42]$$

$$\underline{f}_2 = [-0.008x_1x_2 - 0.024x_1 + 0.04x_2 + 0.12]$$

$$\bar{f}_3 = [-0.008x_1x_2 + 0.056x_1 - 0.06x_2 + 0.42]$$

$$\underline{f}_3 = [-0.008x_1x_2 + 0.024x_1 - 0.04x_2 + 0.12]$$

$$\bar{f}_4 = [0.008x_1x_2 + 0.056x_1 + 0.06x_2 + 0.42]$$

$$\underline{f}_4 = [0.008x_1x_2 + 0.024x_1 + 0.04x_2 + 0.12]$$

将规则激活程度代入 CJ 降型算法, 可得

$$N_1 = -0.512x_1x_2 - 0.384x_1 + 2.56x_2 + 1.92$$

$$N_2 = 0$$

$$N_3 = 0.512x_1x_2 - 0.384x_1 + 2.56x_2 - 1.92$$

$$N_4 = 1.6x_1 + x_2 + 15$$

$$N_5 = -0.512x_1x_2 + 0.896x_1 - 3.84x_2 + 6.72$$

$$N_6 = 0$$

$$N_7 = 0.512x_1x_2 + 0.896x_1 - 3.84x_2 - 6.72$$

$$N_8 = 1.6x_1 + x_2 - 15$$

$$D_1 = -0.064x_1x_2 - 0.048x_1 + 0.32x_2 + 0.24$$

$$D_2 = -0.048x_1x_2 + 0.72$$

$$D_3 = -0.064x_1x_2 + 0.048x_1 - 0.32x_2 + 0.24$$

$$D_4 = -0.16x_1 - 0.1x_2 - 1.5$$

$$D_5 = 0.064x_1x_2 - 0.112x_1 + 0.48x_2 - 0.84$$

$$D_6 = 0.048x_1x_2 - 2.52$$

$$D_7 = 0.064x_1x_2 + 0.112x_1 - 0.48x_2 - 0.84$$

$$D_8 = 0.16x_2 + 0.1x_2 - 1.5$$

得到该区间二型模糊控制器的解析结构为

$$u = \frac{-4.224x_1 + 0.56x_2}{18} \approx -0.235x_1 + 0.031x_2 \quad (2)$$

由公式(2)可知, 当输入 x_1 、 x_2 分别为误差、误差变化率时, 该区间二型模糊控制器等效于一个

增量式 PI (位置式 PD) 控制器。

4 结论

本文采用乘积型算子和 CJ 降型算法设计一种区间二型模糊控制器, 并代入参数推导其解析结构, 且不需要任何分区, 即可得到一个解析表达式。为了便于阐述, 本文选用三角形区间二型模糊集合作为输入隶属函数。对于其他形状的隶属函数, 只要其上下限函数是连续的, 本文结论也是成立的。

参考文献

- [1] ZADEH L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I[J]. Information Sciences, 1975,8(3):199-249.
- [2] WU D R. On the fundamental differences between interval type2 and type-1 fuzzy logic controllers[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012,20(5):832-848.
- [3] DU X, YING H. Derivation and analysis of the analytical structures of the interval type-2 fuzzy-PI and PD controllers[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2010,18(4):802-814.
- [4] NIE M, TAN W W. Analytical structure and characteristics of symmetric Kamik-Mendel type-reduced interval type-2 fuzzy PI and PD controllers[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2011,20(3):416-430.
- [5] 龙祖强,许岳兵,李龙.一类乘积型区间二型模糊控制器的解析结构[J].控制理论与应用,2016,33(7):929-935.
- [6] ZHOU H, YING H, ZHANG C. Effects of increasing the footprints of uncertainty on analytical structure of the classes of interval type-2 mamdani and TS fuzzy controllers[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019,27(9):1881-1890.
- [7] ZHANG C, ZHOU H, LI Z, et al. Analysis of Footprint of Uncertainty of the IT2 Mamdani Controllers Using Different Type-Reducers[J]. 2021 Throttling. Mathema-tics, 2022, 1698(9):1-22.
- [8] ZHOU H, YING H. A method for deriving the analytical structure of a broad class of typical interval type-2 Mamdani fuzzy controllers[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012,21(3):447-458.
- [9] ZHOU H, YING H. Deriving and analyzing analytical structures of a class of typical interval type-2 TS fuzzy controllers[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017,47(9):2492-2503.

(下转第 47 页)